1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $x=5+\sqrt{3}$，$y=3+\sqrt{5}$ のとき，$x(y-2)+x(y-4)-5(y-2)-5(y-4)$ の式の値を求めよ。

〔問2〕 $(2a-b)^2-2\left(\frac{a}{2}-b\right)(a-2b)$ を因数分解せよ。

〔問3〕 n を2以下の整数とする。

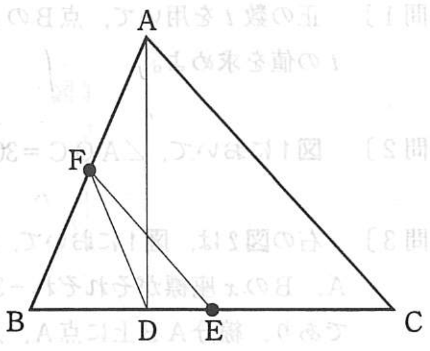
関数 $y=x^2$ の x の変域が $n \leqq x < 3$ のとき，y の変域が $0 \leqq y < 9$ となる n の値をすべて求めよ。

〔問４〕　右の図で，△ＡＢＣは３つの内角がすべて鋭角で，ＡＢ＜ＡＣの三角形である。

頂点Ａから辺ＢＣに垂線をひき，辺ＢＣとの交点をＤ，辺ＢＣ，辺ＡＢの中点をそれぞれＥ，Ｆとする。

点Ｄと点Ｆ，点Ｅと点Ｆをそれぞれ結ぶ。

∠ＤＦＥ＝19°，∠ＡＣＢ＝48°のとき，∠ＤＡＦの大きさは何度か。



〔問５〕　１から６までの目の出る大小１つずつのさいころを同時に投げる。大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。

$2a+b$ が素数となる確率を求めよ。

ただし，さいころの１から６までの目の出る確率はすべて等しいものとする。

2 右の図1で，点Oは原点，曲線ℓは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ，直線mは変化の割合が正の数である1次関数のグラフを表している。

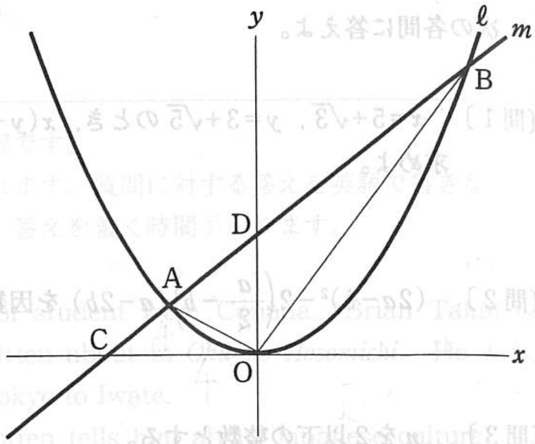
曲線ℓと直線mは2点A，Bで交わっており，点Aのx座標は負の数であり，点Bのx座標は正の数である。

直線mとx軸，y軸との交点をそれぞれC，Dとする。

原点Oと点A，原点Oと点Bをそれぞれ結ぶ。

原点Oから点(1, 0)までの距離，および原点Oから点(0, 1)までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 正の数tを用いて，点Bのx座標を$\sqrt{t}$とする。線分OBの長さが$\frac{\sqrt{33}}{2}$cmのときtの値を求めよ。

〔問2〕 図1において，∠AOC＝30°，OA＝ODの場合を考える。線分CDの長さは何cmか。

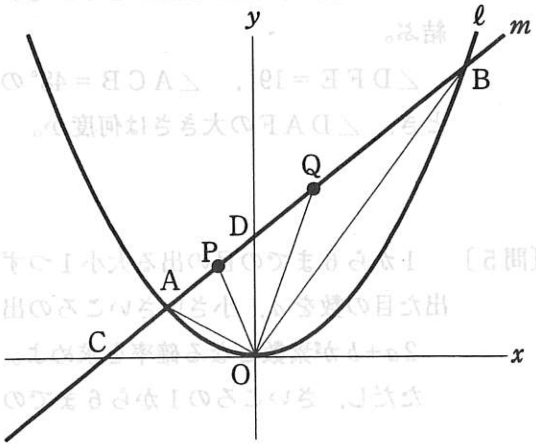
〔問3〕　右の**図2**は，**図1**において，2点A，Bのx座標がそれぞれ-3，9であり，線分AB上に点A，点Bと異なる2点P，Qをとり，正の数kを用いて，2点P，Qのx座標をそれぞれ$-\frac{2}{3}k$，$2k$とした場合を表している。

原点Oと点P，原点Oと点Qをそれぞれ結ぶ。

△OAPの面積は，△OBQの面積の何分のいくつか。

ただし，解答欄には，答えだけではなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図2



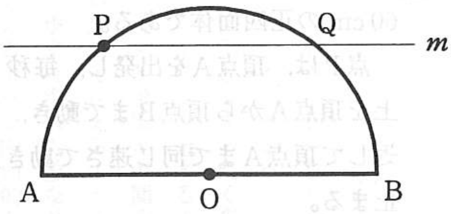
3 右の図1で，点Oは線分ABを直径とする半円の中心である。

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$上に点Pをとり，点Pは点A，点Bのいずれにも一致せず，$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$の長さは$\overset{\frown}{\mathrm{BP}}$の長さより短いものとする。

点Pを通り，線分ABに平行な直線mをひき，直線mと半円の交点のうち点Pと異なる点をQとする。

次の各問に答えよ。

図1

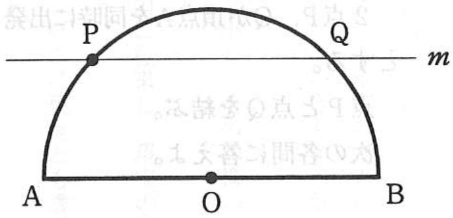


〔問1〕 右の図2は，図1において，$\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$の長さが，$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$の長さの2倍である場合を表している。

解答欄に示した図をもとにして，定規とコンパスを用いて，直線mを作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

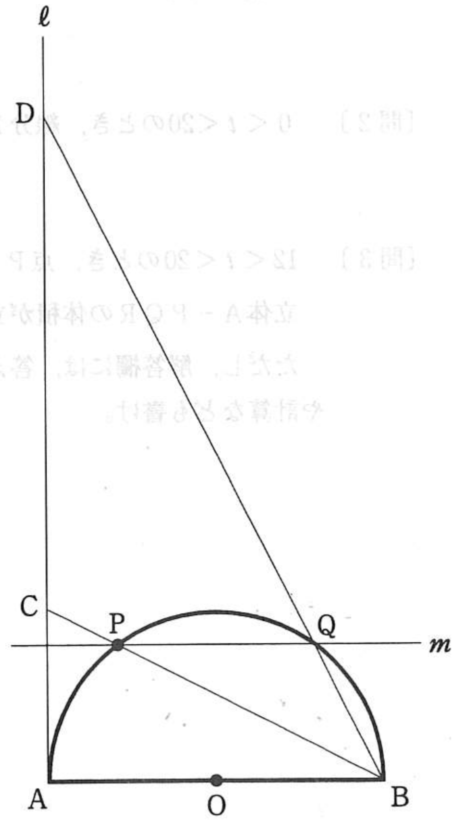
図2



〔問２〕　右の**図３**は，**図１**において，点Ａを通り線分ＡＢに垂直な直線ℓを線分ＡＢの上側にひき，点Ｂと点Ｐを結んでできる線分ＢＰを点Ｐの方向に延長した直線と直線ℓとの交点をＣ，点Ｂと点Ｑを結んでできる線分ＢＱを点Ｑの方向に延長した直線と直線ℓとの交点をＤとした場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

図３



(1)　△ＰＢＱ ∽ △ＤＢＣ であることを証明せよ。

(2)　**図３**において，点Ｐから線分ＡＢに垂線をひき，線分ＡＢとの交点をＨとした場合を考える。
$\overset{\frown}{AB}$の長さが10πcm，線分ＰＨの長さが８cmのとき，線分ＢＰの長さと線分ＢＤの長さをもっとも簡単な整数の比で表せ。ただし，円周率はπとする。

4 右の図に示した立体A－BCDは，1辺の長さが60cmの正四面体である。

点Pは，頂点Aを出発し，毎秒5cmの速さで辺AB上を頂点Aから頂点Bまで動き，頂点Bに到着後折り返して頂点Aまで同じ速さで動き，24秒後に頂点Aで止まる。

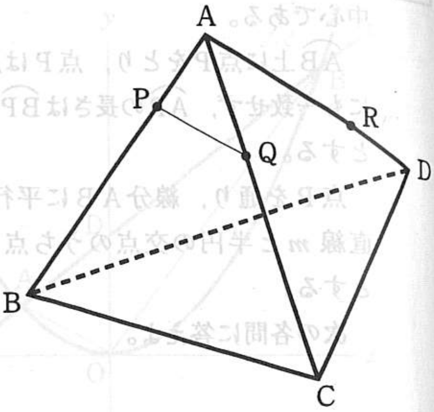
点Qは，頂点Aを出発し，毎秒6cmの速さで辺AC上を頂点Aから頂点Cまで動き，頂点Cに到着後折り返して頂点Aまで同じ速さで動き，20秒後に頂点Aで止まる。

点Rは辺AD上にある点で，AR：RD＝2：1である。

2点P，Qが頂点Aを同時に出発してからの時間をt秒とする。

点Pと点Qを結ぶ。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 2点P，Qが頂点Aを同時に出発してから初めてAP＝ARとなるとき，線分PQの長さは何cmか。

〔問2〕 $0 < t < 20$のとき，線分PQと線分BCが平行となるときのtの値を求めよ。

〔問３〕　$12 < t < 20$ のとき，点Ｐと点Ｒ，点Ｑと点Ｒをそれぞれ結んだ場合を考える。

立体Ａ－ＰＱＲの体積が立体Ａ－ＢＣＤの体積の $\frac{1}{3}$ となるときの t の値を求めよ。

ただし，解答欄には，答えだけではなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。